ESTÁTICA

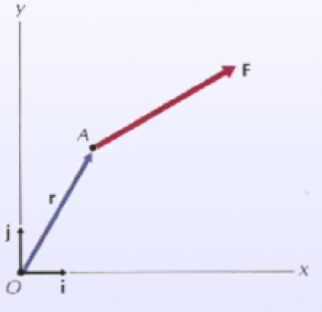
Sesión 5

5 SISTEMAS DE FUERZAS Y MOMENTOS

- 5.1. Descripción bidimensional del momento
- 5.2. Vector de momento
  - 5.2.1. Magnitud del momento
  - 5.2.2. Sentido del momento
  - 5.2.3. Relación con la descripción bidimensional

5.1 Descripción bidimensional del momento

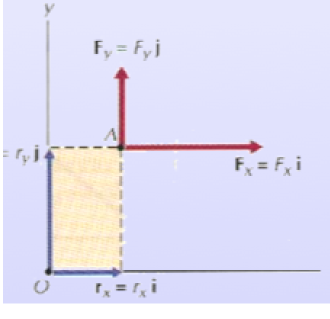
Consideremos 1º el momento $\mathbf{M}_O$ respecto del origen de coordenadas de una fuerza $\mathbf{F}$ contenida en el plano *xy*:



$$\mathbf{F} = F_x\,\mathbf{i} + F_y\,\mathbf{j}$$

$$\mathbf{r} = r_x\,\mathbf{i} + r_y\,\mathbf{j}$$

$$\mathbf{M_O} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ r_x & r_y & 0 \\ F_x & F_y & 0 \end{vmatrix} = (r_xF_y - r_yF_x)\,\mathbf{k} = M_z\,\mathbf{k}$$



* $\mathbf{M}_O$ es perpendicular al plano xy (según eje z)

* - M_O positivo (sentido antihorario)

* - M_O negativo (sentido horario)

Imagen tomada de Departamento: INGENIERÍA MECÁNICA, ENERGÉTICA Y DE MATERIALES Universidad Pública de Navarra

5.2 Vector de momento

Es un vector que viene definido por el producto vectorial del vector que une el punto O con el punto de aplicación del vector por el propio vector.

Su módulo es constante aunque el vector varié su punto de aplicación sobre su dirección pues el producto de r por el seno del ángulo formado con el vector es la distancia del punto a la dirección del vector (constante).

Teorema de Varignon.

El momento de un vector respecto a un punto es igual a la suma de los momentos de cada una de sus componentes respecto a dicho punto. Demostrarlo teniendo en cuenta la propiedad distributiva del producto vectorial respecto de la suma.

MOMENTO DE UN VECTOR RESPECTO A UN EJE.

Es la proyección sobre el eje del momento del vector respecto a uno de los puntos de dicho eje. Se trata de una magnitud escalar. Razonar por qué causa si y el eje son coplanarios el momento con respecto al eje vale 0.

Recopilado de http://fisicayquimicaenflash.es/Vectores/vector06.htm

5.2.1 Magnitud del momento

Dado que al concepto de momento también se le conoce como torque la nomenclatura utilizada puede ser la de Mo o la de $|\vec{\tau_o}|$ ambos símobolos representan al momento

$|\tau_o| = |\vec{r}|\,|\vec{F}|\,sen\alpha$, siendo α el ángulo que determinan los dos vectores cuando los aplicamos en un mismo punto; observemos que no necesariamente, el ángulo determinado entre el vector $\vec{r}$ y la aplicación de $\vec{F}$ en su extremo que corresponde realmente a su suplemento pero que, erróneamente, en muchas ocasiones se toma como el ángulo entre los dos vectores.

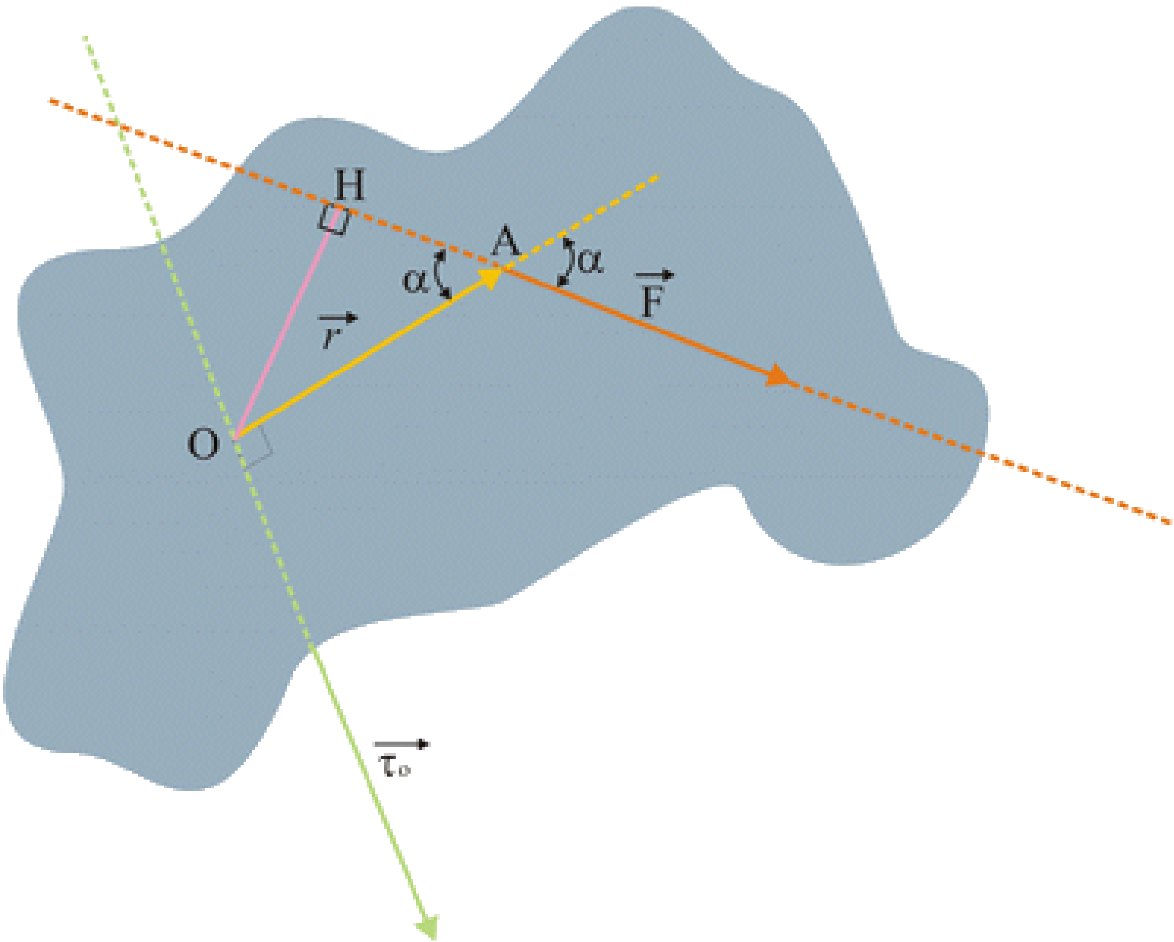


FIGURA 106.

Vemos que en el ΔOAH rectángulo, donde OH representa la distancia del punto O a la línea de acción de $\vec{F}$, que $OH = \left|\vec{r}\right| sen\alpha$ y por lo tanto se tiene también que: $\left|\tau_o\right| = OH\left|\vec{F}\right|,$ a la distancia OH se le denomina brazo de palanca, y una consecuencia inmediata de la expresión anterior es que la magnitud del torque de la fuerza $\vec{F}$ es independiente del punto de aplicación de ésta sobre su línea de acción, puesto que la distancia de O a la recta es constante.

Remitiéndonos de nuevo a la ecuación inicial para $\left|\vec{\tau_o}\right|$ podemos establecer otra interpretación interesante que se origina al descomponer la fuerza $\vec{F}$ en dos componentes rectangulares así: una componente paralela al vector $\vec{r}$ y otra componente perpendicular a éste; que designamos respectivamente por $\vec{F_r}$ y $\vec{F_\perp}$ como podemos observar en la figura 107.

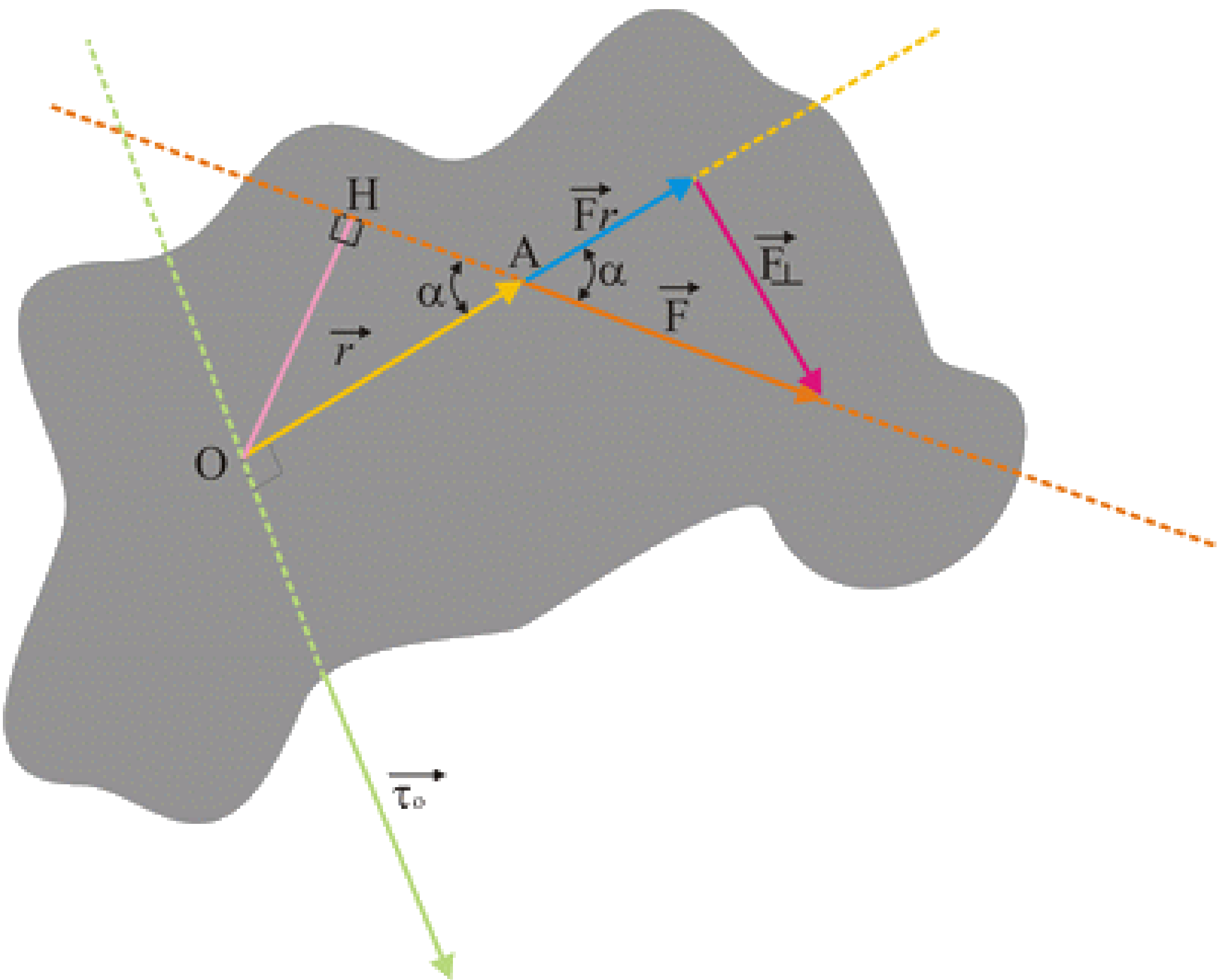


FIGURA 107.

Se tienen en consecuencia las siguientes expresiones para Mo

$$\left|\vec{\tau_o}\right| = \left|\vec{r}\right|\left|\vec{F}\right| sen\alpha = OH\left|\vec{F}\right| = \left|\vec{r}\right|\left|\vec{F_\perp}\right|$$

Cada expresión puede ser de mayor o menor utilidad, dependiendo de los datos específicos del problema a estudiar.

Anotemos finalmente que las unidades en las que se expresa la magnitud del torque, en el sistema MKSC corresponde al producto Newton.metro. Recordando algo anteriormente visto, tenemos que, en el mismo sistema, el trabajo también se expresa en este mismo producto, designando como Joule la unidad para el trabajo. No obstante utilizaremos el Joule únicamente para las unidades del trabajo y en el caso del torque los designamos explícitamente como Newton.metro. Mas adelante daremos una explicación detallada del significado del torque.

$\vec{\tau_o} \perp \vec{r}$ y $\vec{\tau_o} \perp \vec{F}$ y por lo tanto es perpendicular al plano que determinan los vectores $\vec{r}$ y $\vec{F}$ cuando ellos no son paralelos. En consecuencia la recta de acción de $\vec{\tau_o}$ representa el eje respecto al cual tiende a girar el cuerpo cuando está sujetó en O y se le aplica la fuerza $\vec{F}$.

5.2.2 Sentido del Momento

El sentido de $\vec{\tau_o}$ está indicado por la regla de la mano derecha, como lo estudiamos en la definición del producto vectorial. Para el caso de la situación analizada el vector $\vec{\tau_o}$ está "entrando" al plano determinado por $\vec{r}$ y $\vec{F}$ como lo indicamos en la figura 105, 106 y 107; esta regla nos indica además el sentido del giro que la fuerza $\vec{F}$ tiende a imprimir al sólido rígido, alrededor de un eje determinado por la línea de acción de $\vec{\tau_o}$ y que pasa por O.

En este caso el sentido del giro es horario y por convención lo indicaremos con el símbolo ↻ como se indica en la figura 108, asignándole signo negativo al módulo de $\vec{\tau_o}$; en caso contrario si el sentido es antihorario lo indicaremos con el símbolo ↺, asignándole signo positivo al módulo de $\vec{\tau_o}$.

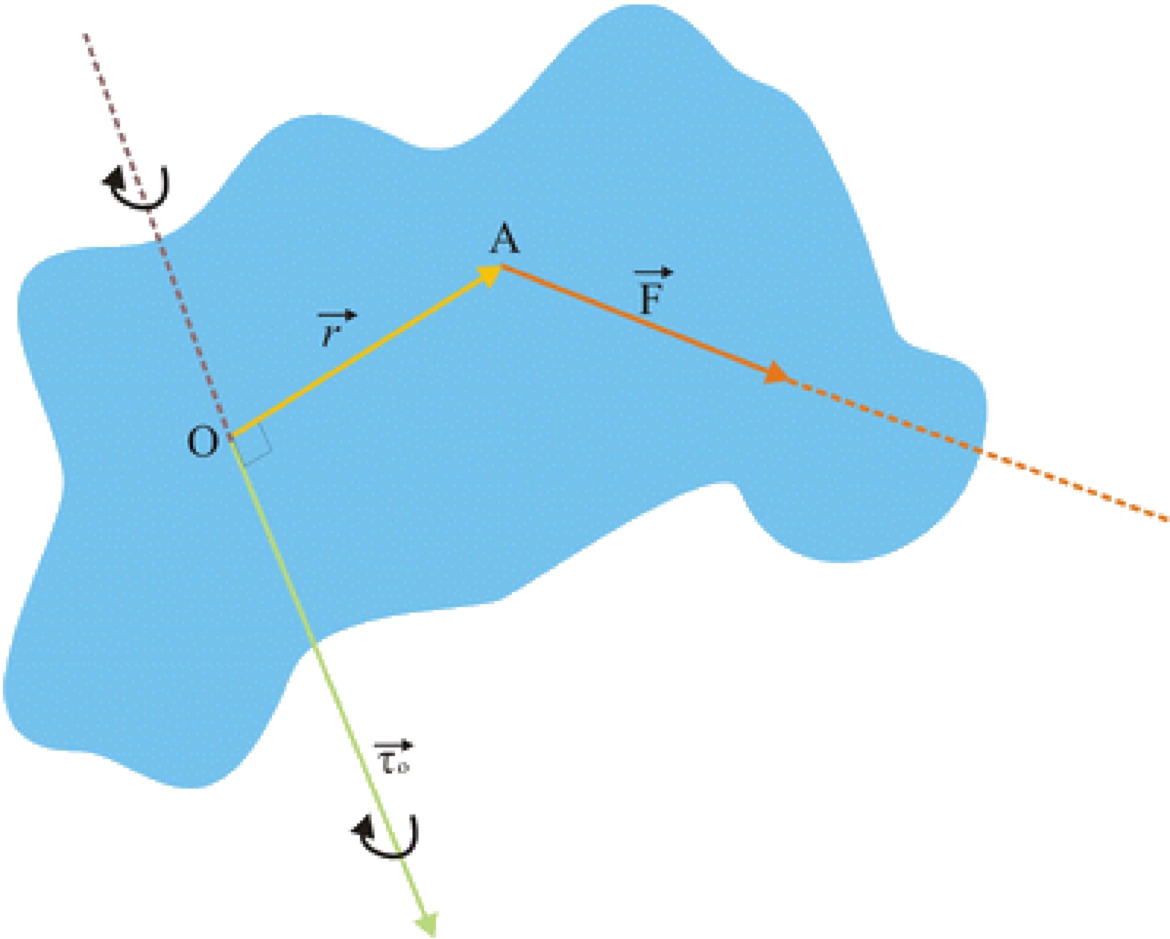


FIGURA 108.

http://docencia.udea.edu.co/cen/vectorfisico/html/cap7/cap7_3.html