

ESTÁTICA

Sesión 7

7 CUERPOS EN EQUILIBRIO

- 7.1. Ecuaciones de equilibrio
- 7.2. Aplicaciones bidimensionales
- 7.3. Cuerpos estáticamente indeterminados
- 7.4. Aplicaciones tridimensionales
- 7.5. Miembros sometidos a dos y tres fuerzas
- 7.6. Fuentes de consulta.

7.1 Ecuaciones de Equilibrio

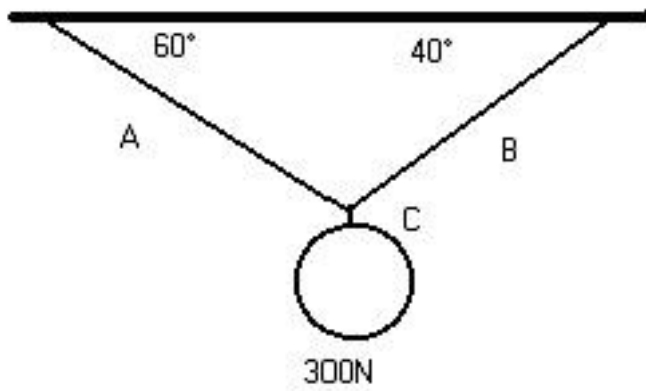
Un cuerpo se encuentra en estado de equilibrio traslacional si y sólo si la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre él es igual a cero.

Cuando un cuerpo está en equilibrio, la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él es cero. En este caso, R_x como R_y debe ser cero; es la condición para que un cuerpo esté en equilibrio:

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0$$

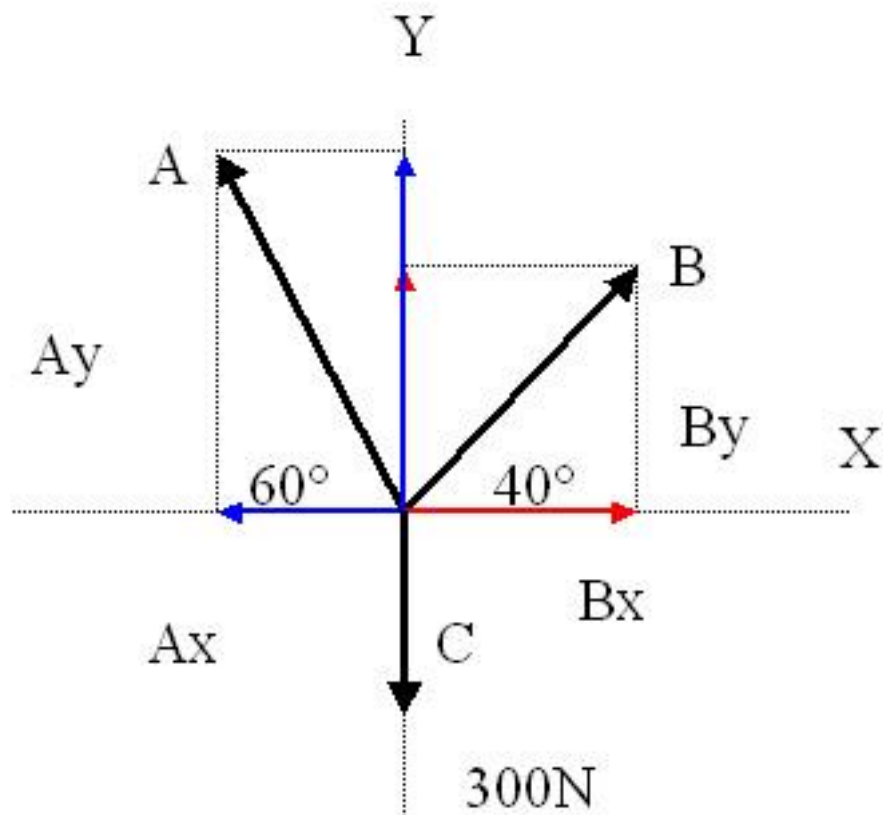
EJEMPLO:

Una pelota de 300N cuelga atada a otras dos cuerdas, como se observa en la figura. Encuentre las tensiones en las cuerdas A, B Y C.



SOLUCIÓN:

El primer paso es construir un diagrama de cuerpo libre:



Al sumar las fuerzas a lo largo del eje X obtenemos :

$$\sum F_x = -A \cos 60^\circ + B \cos 40^\circ = 0$$

Al simplificarse por sustitución de funciones trigonométricas conocidas tenemos:

$$-0.5A + 0.7660B = 0 \quad (1)$$

Obtenemos una segunda ecuación sumando las fuerzas a lo largo del eje Y, por lo tanto tenemos:

$$(\cos 30^\circ + \cos 50^\circ)$$

$$0.8660A + 0.6427B = 300N \quad (2)$$

En las ecuaciones 1 y 2 se resuelven como simultánea A y B mediante el proceso de sustitución. Si despejamos A tenemos:

$$A = 0.7660 / 0.5$$

$$\mathbf{A = 1.532B}$$

Ahora vamos a sustituir esta igualdad en la ecuación 2

$$0.8660(1.532B) + 0.6427B = \mathbf{300N}$$

Para B tenemos:

$$1.3267B + 0.6427B = 300N$$

$$1.9694B = 300N$$

$$B = 300N / 1.9694$$

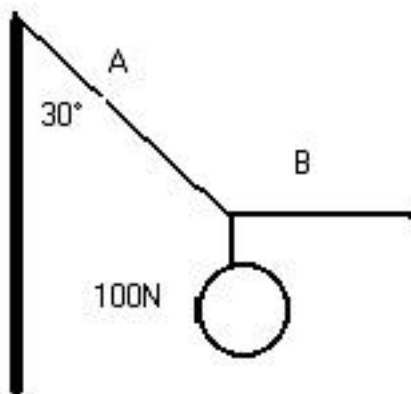
$$B = 152.33N$$

Para calcular la tensión en A sustituimos $B = 152.33 N$

$$A = 1.532(152.33N) = \mathbf{233.3N}$$

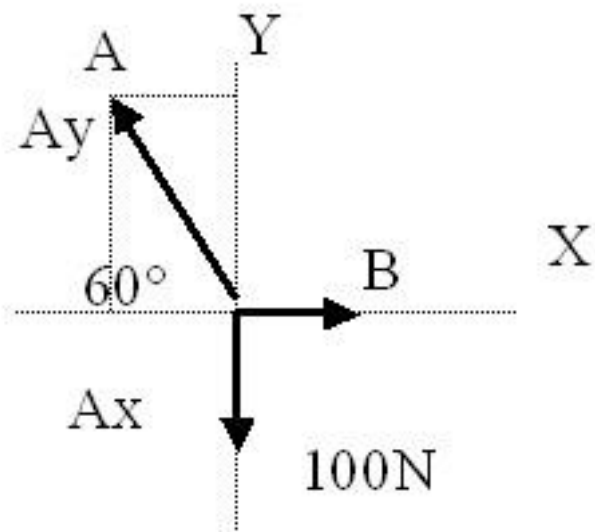
La tensión en la cuerda C es **300N** , puesto que debe ser igual al peso.

Una pelota de 100N suspendida por una cuerda A es tirada hacia un lado en forma horizontal mediante otra cuerda B y sostenida de tal manera que la cuerda A forma un ángulo de 30° con el poste vertical ¿ encuentre las tensiones en las cuerdas A y B.



SOLUCIÓN

Primero dibujamos le diagrama cuerpo libre:



Ahora se aplica la primera condición de equilibrio. La suma de las fuerzas a lo largo del eje X:

$$\sum F_x = B - A \cos 60^\circ = 0$$

$$B = A \cos 60^\circ = 0.5 A \quad (1)$$

Ahora al sumar las componentes en Y:

$$\sum F_y = A \sin 60^\circ - 100N = 0$$

Por lo que:

$$A \sin 60^\circ = 100N$$

Ahora se despejan las fuerzas desconocidas:

$$(\sin 60^\circ = .8660)$$

$$.8660 A = 100\text{N}$$

$$A = 100\text{N} / .8660 = 115\text{N}$$

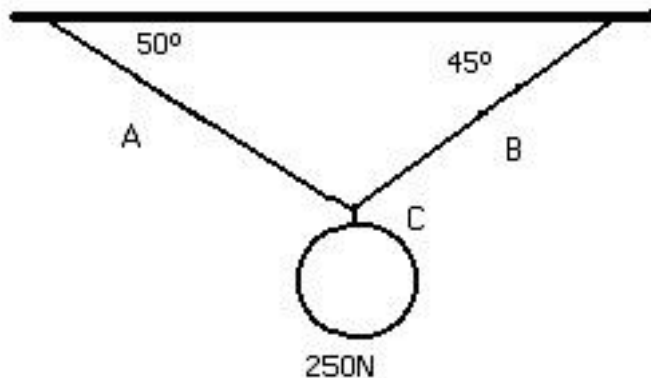
Conocemos el valor de A, ahora despejamos B de la ecuación 1:

$$B = 0.5 A = (0.5)(115\text{N}) = 57.5\text{N}$$

ACTIVIDAD No 1

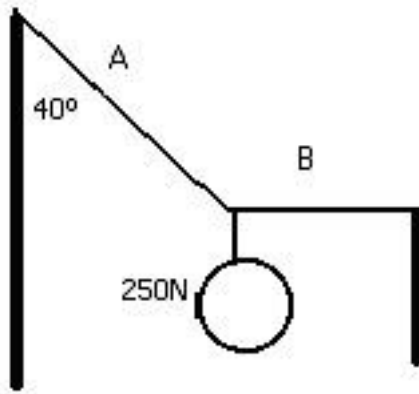
Resuelva los siguientes ejercicios en hojas blancas en forma clara y ordenada.

- Una pelota de 250N cuelga atada a otras dos cuerdas, como se observa en la figura. Encuentre las tensiones en las cuerdas A, B Y C.

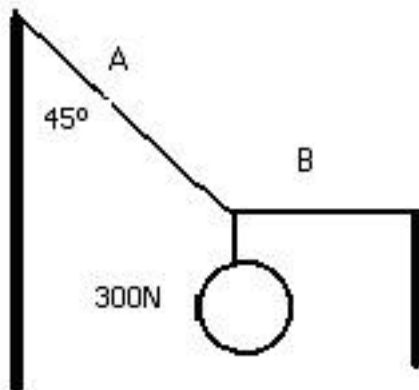


TAREA No 1

- Una pelota de 250N suspendida por una cuerda A es tirada hacia un lado en forma horizontal mediante otra cuerda B y sostenida de tal manera que la cuerda A forma un ángulo de 40° con el poste vertical ¿ encuentre las tensiones en las cuerdas A y B.

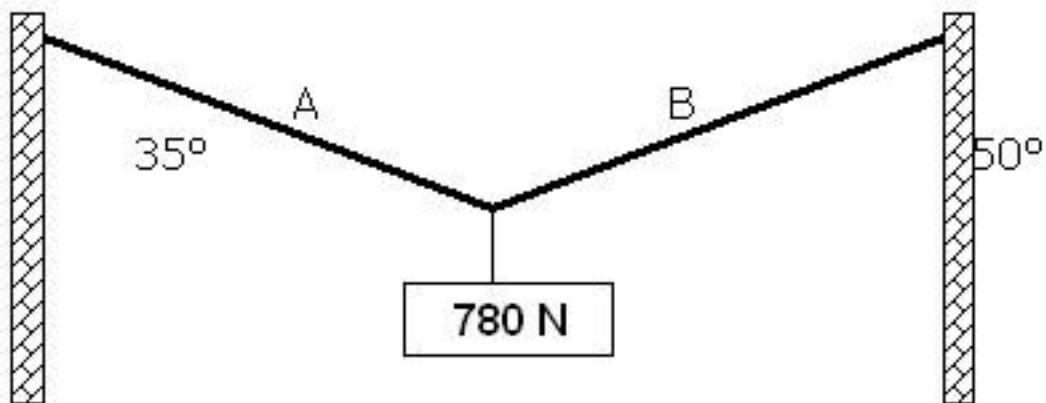


- Una pelota de 300N suspendida por una cuerda A es tirada hacia un lado en forma horizontal mediante otra cuerda B y sostenida de tal manera que la cuerda A forma un ángulo de 45° con el poste vertical ¿ encuentre las tensiones en las cuerdas A y B.

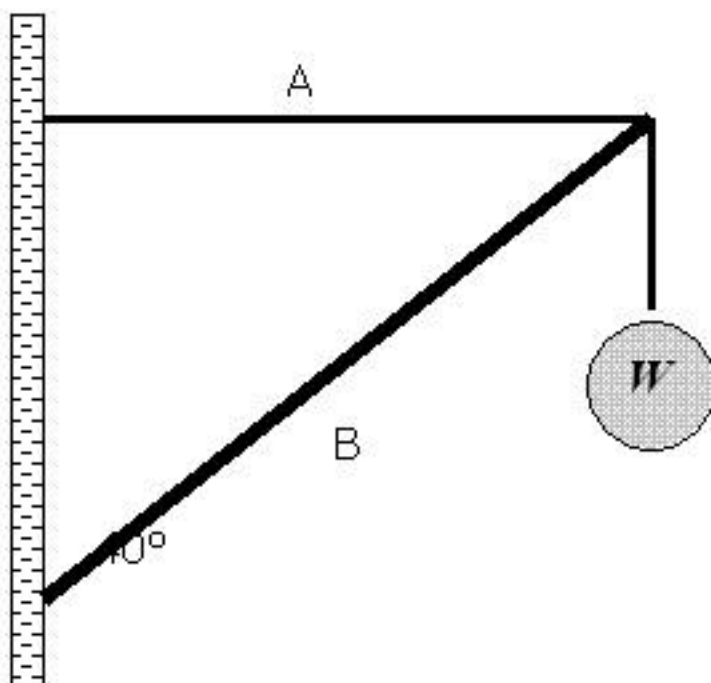


TAREA No 2

Calcule las tensiones en las cuerda "A" y "B" del sistema mostrado.



Encuentre la tensión el cable "A" y la compresión en el soporte "B" en la siguiente figura, si el peso es de 95 N.



Recopilado

de

<http://genesis.uag.mx/edmedia/material/fisica/leyesnewton2.htm>

Sugerencia para el estudiante: Consultar el sitio

<http://www.ing.unlp.edu.ar/constr/e1/U1.2.pdf>

Para cuerpos estaticamente indeterminados

CASOS ESTÁTICAMENTE INDETERMINADOS Ó HIPERESTÁTICOS

Concepto: son aquellos casos que no pueden ser resueltos con las ecuaciones de la estática, las que no son suficientes debido al número de incógnitas.

Se debe recurrir entonces a la deformación del componente o estructura, que permita el planteo de ecuaciones adicionales para poder resolver el problema.

Grado de hiperestaticidad: se denomina así a la diferencia entre la cantidad de incógnitas existentes en el problema y la cantidad de ellas que se pueden resolver con las ecuaciones de la estática.

Tipo de hiperestaticidad: puede ser de carácter externo (en los vínculos) o interno (exceso de barras en un reticulado, por ejemplo).

Ejemplo de hiperestaticidad externa: la viga representada en la fig. 1 está vinculada con dos articulaciones fijas que le imponen cuatro condiciones de vínculo ($CV=4$). Como en el plano existen tres grados de libertad ($GL=3$) que se podrían resolver con las 3 ecuaciones de la estática, entonces el grado de hiperestaticidad $GH = CV - GL = 4 - 3 = 1$.

El grado de hiperestaticidad podría ser mayor en el caso de haber más condiciones de vínculo.

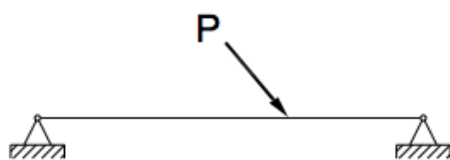


fig. 1

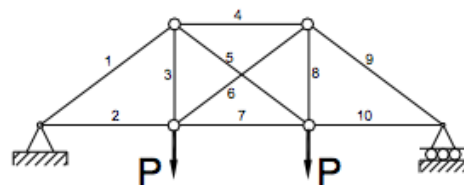


fig. 2

Ejemplo de hiperestaticidad interna: el reticulado plano representado en la fig. 2 está vinculado isostáticamente. Posee 10 barras y 6 nudos. Las 10 barras implican 10 incógnitas (fuerzas en las barras).

Si se verifica la condición necesaria de isoestaticidad interna $b=2n-3$ resulta: $2n-3=2 \times 6-3=9$. El número de barras en exceso es $10-9=1$. Entonces, el grado de hiperestaticidad (interno) es 1. El grado de hiperestaticidad podría ser mayor en el caso de existir mayor número de barras.

Los métodos para resolver cualquiera de estas situaciones están basados en la posibilidad de deformación del sólido.

En cálculo estructural se analizan métodos más elaborados para resolver problemas complejos y para cualquier tipo de sollicitación.

Fuente: <file:///Users/poncho/Downloads/Hiperestaticos.pdf>

Para miembros sometidos a dos y tres fuerzas consultar

Método de las juntas

Este método consiste en analizar el equilibrio de cada junta o nodo una vez que se hayan determinado las reacciones. Las fuerzas sobre los pasadores en las juntas están siempre en la dirección de los elementos que hacen parte de estos; si el elemento comprime o empuja al pasador, este ejercerá una fuerza igual y de sentido contrario sobre aquél, el cual estará sometido a compresión. Si el elemento tira o hala al pasador, por reacción este halará al elemento y en consecuencia estará sometido a tracción.

Las ecuaciones disponibles al analizar el equilibrio de cada junta, para armaduras planas

son dos $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ ya que se trata de equilibrio de fuerzas concurrentes, por consiguiente el número máximo de elementos que puede tener la armadura para que sea estáticamente determinado por la fórmula $2n-3$ siendo n el número de juntas. El 3 representa el número máximo de incógnitas en las reacciones.

Consideremos la armadura representada en la figura 1-37. Se trata de determinar las fuerzas ejercidas en todos los miembros. Por la simetría geométrica y de carga las reacciones son $R_{Ay} = P$, $R_{Hx} = P$ y $R_{Hy} = 0$.

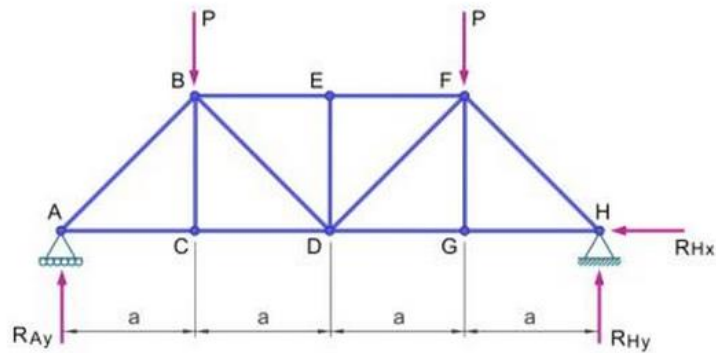
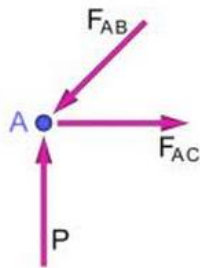


Figura 1-37

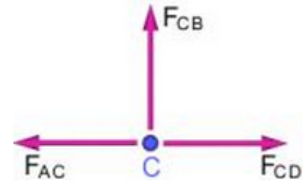


Nótese que si la carga tuviese una componente horizontal R_{Hx} sería diferente de cero.

Conocidas las reacciones se procede al análisis de cada nudo, el cual no puede tener más de dos incógnitas.

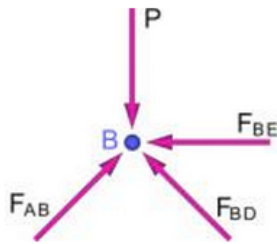
En el nudo A actúan tres fuerzas, dos de las cuales son desconocidas; como AB comprime al pasador, la fuerza sobre el elemento AB es de compresión y como AC hala al pasador la fuerza F_{AC} es de tensión.

Nudo C: en este nudo hay una situación particular y es que $F_{CB}=0$, se dice entonces que el elemento CB es un elemento de fuerza cero (para las condiciones de carga dadas) y además $F_{CD}=F_{AC}=P$ a tracción.



$$\sum F_y: F_{CB} = 0$$

$$\sum F_x: F_{CD} = F_{AC} \Rightarrow F_{CD} = P \quad \text{Tracción}$$



Nudo B: las fuerzas desconocidas son F_{BD} y F_{BE} . Tomando $\sum F_y = 0$ se deduce que $F_{BD}=0$ (no es tan obvio como en el caso del nudo C), y de $\sum F_x = 0$, que $F_{BE}=P$ en compresión.

$$\sum F_y: P - \sqrt{2}P \frac{\sqrt{2}}{2} - F_{BD} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow F_{BD} = 0$$

$$\sum F_x: F_{AB} \frac{\sqrt{2}}{2} - F_{BE} = 0 \Rightarrow F_{BE} = P \quad \text{Compresión}$$

http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/ingenieria/2001734/lecciones/tem01/lec01_4_1.htm

Fuentes para Consultas

<http://www.ing.unlp.edu.ar/constr/e1/U1.2.pdf>

: <file:///Users/poncho/Downloads/Hiperestaticos.pdf>

http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/ingenieria/2001734/lecciones/tem01/lec01_4_1.htm

https://www.youtube.com/watch?v=pTuQ_qd9-GA

<http://fsinet.fsid.cvut.cz/en/u2052/node40.html>